

POSTUPNOSTI

1. Napíšte prvých 6 členov postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ danej vzorcom pre n-tý člen a znázornite graficky:

a) $a_n = 2n$

d) $a_n = 1 - n$

g) $a_n = \frac{n}{n+1}$

k) $a_n = (-1)^n$

b) $a_n = n - 3$

e) $a_n = 2^n$

h) $a_n = \frac{1}{n+1}$

l) $a_n = (-1)^n \cdot n$

c) $a_n = n(1 - n)$

f) $a_n = (-2)^n + 1$

i) $a_n = \frac{3n}{2n+1}$

m) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$

2. Určte, či postupnosti z predchádzajúceho príkladu sú monotónne a ohraničené.

3. Vyjadrite n-tý člen danej postupnosti:

a) 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, ...

b) 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, ...

c) 1.3, 2.4, 3.5, 4.6, 5.7, ...

d) 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

e) 1, -1, 1, -1, 1, -1, ...

f) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$

g) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

h) $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, -\frac{1}{32}, \dots$

4. Napíšte prvé štyri členy postupnosti danej rekurentne a znázornite ju graficky:

a) $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2$

e) $a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

b) $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n - 2$

f) $a_1 = 3, a_2 = 3, a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$

c) $a_1 = -1, a_{n+1} = 2a_n - 1$

g) $a_1 = 0, a_2 = 1, a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n$

d) $a_1 = 1, a_{n+1} = 1 - a_n$

h) $a_1 = -1, a_2 = 0, a_{n+2} = a_n - a_{n+1}$

5. Rozhodnite o monotónnosti a ohraničenosti postupností z predchádzajúceho príkladu.

6. Rekurentným vzorcom určte postupnosti:

a) $\{n^0\}_{n=1}^{\infty}$

b) $\{3^n\}_{n=1}^{\infty}$

c) $\{2n+1\}_{n=1}^{\infty}$

d) $\{\log x^n\}_{n=1}^{\infty}$

7. Určte, ktorá z postupností je aritmetická resp. geometrická a určte jej diferenciu resp. kvocient.

a) $\{1+3n\}_{n=1}^{\infty}$

b) $\{3^{n-1}\}_{n=1}^{\infty}$

c) $\{3 \cdot 2^{-n}\}_{n=1}^{\infty}$

d) $\left\{\frac{n+1}{n+2}\right\}_{n=1}^{\infty}$

e) 1, 4, 9, 16, ...

f) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

g) 1, -1, 1, -1, ...

h) $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$

8. Napíšte prvých 5 členov aritmetickej postupnosti:

a) $a_1 = 1, d = 2$

b) $a_1 = 2, a_2 = 5$

c) $a_1 = 4, a_5 = 20$

d) $a_2 = 8, a_7 = 11$

e) $a_1 + a_5 = 30, a_3 + a_4 = 36$

f) $a_1 + a_4 + a_6 = 71, a_5 - a_2 - a_3 = 2$

9. V aritmetickej postupnosti:

a) je dané $a_1 = 450, d = -24, a_n = 210$; vypočítajte n, s_n

b) je dané $a_1 = 6, s_{10} = 195$; vypočítajte d, a_{10}

c) je dané $a_n = 80, d = 8, s_n = 416$; vypočítajte a_1, n

10. Štvrtým členom aritmetickej postupnosti je číslo 16, ôsmym číslo 24. Koľko členov postupnosti treba sčítať, aby ich súčet bol 90?

11. Koľko členov aritmetickej postupnosti, v ktorej $a_1 = 2, d = 3$, musíme sčítať, aby súčet presiahol 2000?

12. Aký je súčet prvých 5 členov aritmetickej postupnosti, ktorej prvý člen je 4 a piaty člen je 20?

13. Posledný člen pätnásťčlennej aritmetickej postupnosti je 7. Vypočítajte prvý člen a súčet všetkých členov postupnosti, keď diferencia je $\frac{1}{4}$.
14. V aritmetickej postupnosti s 13 členmi je prvý člen 2 a posledný -4 . Vypočítajte d a s_n .
15. Medzi čísla 1 a 25 vložte toľko čísel, aby s danými číslami tvorili aritmetickú postupnosť so súčtom 117. Určte vložené čísla a ich počet.
16. Aritmetická postupnosť, ktorej posledný člen je 97 a diferencia 3, má súčet prvých n členov postupnosti 1 612. Koľko členov má postupnosť a aký je jej prvý člen?
17. Číslo 55 rozložte na súčet niekoľkých čísel tak, aby každé nasledujúce bolo o 4 väčšie než predchádzajúce a posledné bolo 19. Ktoré sú to čísla a koľko ich je?
18. Dĺžky strán pravouhlého trojuholníka tvoria tri za sebou idúce členy aritmetickej postupnosti. Dlhšia odvesna má dĺžku 24 cm. Určte dĺžky jeho strán.
19. V ktorej aritmetickej postupnosti je súčet prvého a piateho člena 30 a rozdiel piateho a štvrtého člena rovná dvojnásobku prvého člena?
20. Rozmery kvádra tvoria tri za sebou idúce členy aritmetickej postupnosti. Aké sú veľké, ak ich súčet meria 24 cm a objem kvádra je 312 cm^3 ?
21. Teploty Zeme pribúda do hĺbky o 1°C na 33 m. Aká je teplota na dne bane 1 015 m hlbkej, ak je v hĺbke 25 m teplota 9°C ?
22. Napíšte prvých 5 členov geometrickej postupnosti:
- a) $a_1 = 2, q = 3$ b) $a_1 = 1, q = \frac{1}{2}$ c) $a_1 = 2, q = -\frac{1}{2}$ d) $a_1 = 2, a_2 = 1$
- e) $a_2 = 4, a_5 = 32$ f) $a_2 - a_1 = 15, a_3 - a_2 = 60$ g) $a_1 + a_4 = 70, a_1 - a_2 + a_3 = 28$
23. V geometrickej postupnosti:
- a) je dané $a_1 = 1, q = 3, a_n = 81$; určte n, s_n
- b) je dané $a_1 = 18, a_n = 13122, s_n = 19674$; určte n, q
- c) je dané $n = 8, q = \frac{1}{2}, a_n = 2$; určte a_1, s_n
- d) je dané $q = 3, a_n = 567, s_n = 847$; určte a_1, n
24. Ak k číslam 2, 7, 17 pričítame to isté číslo, vzniknú prvé tri členy geometrickej postupnosti. Určte ich.
25. Súčet prvých n členov geometrickej postupnosti je 62, prvý člen je 2 a posledný 32. Vypočítajte počet členov a kvocient tejto postupnosti.
26. V geometrickej postupnosti tretí člen je 18 a šiesty 486. Vypočítajte koľko členov má táto postupnosť, keď jej posledný člen je 1 458.
27. Medzi čísla 2 a 486 vložte 4 čísla tak, aby vznikla geometrická postupnosť.
28. Dĺžky strán a, b, c trojuholníka ABC tvoria tri za sebou idúce členy geometrickej postupnosti. Aké sú veľké, ak jeho obvod je 42 cm a dĺžka strany b je 8 cm?
29. Baktérie sa množia delením tak, že sa každá rozdelí na dve v priaznivých podmienkach vždy po pol hodine. Koľko baktérií vznikne za 12 hodín z jednej baktérie?