

# ANALYTICKÁ GEOMETRIA - VEKTORY

1. Vypočítajte vzdialenosť bodov A a B, ak:

- a)  $A[3; 1; 1]$ ,  $B[1; 3; 2]$
- b)  $A[-1; -2; -5]$ ,  $B[1; 3; -4]$
- c)  $[1; p; 2p]$ ,  $B[2p; 2; -2]$ ,  $p \in \mathbb{R}$

2. Určte číslo  $p \in \mathbb{R}$  tak, aby platilo  $|AB| = d$ , ak:

- a)  $A[3; p; 2]$ ,  $B[-1; 0; p]$ ,  $d = 3\sqrt{2}$
- b)  $A[2 + p; 2; 1]$ ,  $B[3; -p; 2]$ ,  $d = \sqrt{10}$

3. Na osi  $z$  určte bod P, ktorý má od bodu  $A[4; -1; -5]$  trikrát väčšiu vzdialenosť než od bodu  $B[2; 1; 1]$ .

4. Dokážte, že trojuholník s vrcholmi  $A[-3; -2]$ ,  $B[1; 4]$ ,  $C[-5; 0]$  je rovnoramenný. Vypočítajte jeho obvod.

5. Zistite, či trojuholník ABC je pravouhlý, ak  $A[2; -4]$ ,  $B[-1; 7]$ ,  $C[5; 3]$ . (Bez toho, aby ste počítali veľkosti vnútorných uhlov)

6. Vypočítajte súradnice vrchola C rovnoramenného trojuholníka ABC so základňou AB,  $A[2; 3]$ ,  $B[-1; 4]$ , ak

- a) bod C leží na osi  $y$
- b) bod C leží na osi  $x$

7. Dané sú body A a B. Vypočítajte súradnice stredu úsečky AB:

- a)  $A[1; -1; 2]$ ,  $B[0; 3; 1]$
- b)  $A[1; -3; -1]$ ,  $B[2; 5; 1]$

8. Určte vzdialenosť stredov úsečiek AB, CD, ak

- a)  $A[0; 1]$ ,  $B[-2; 3]$ ,  $C[-4; 0]$ ,  $D[0; 2]$
- b)  $A[3; 2; 1]$ ,  $B[4; -1; 0]$ ,  $C[-4; 5; 4]$ ,  $D[-1; -2; -1]$

9. Dané sú body B a S. Vypočítajte súradnice bodu A tak, aby bod S bol stredom úsečky AB:

- a)  $B[1; 1; 3]$ ,  $S[-1; 0; 1]$
- b)  $B[2; 0; 1]$ ,  $S[-1; -3; -2]$

10. Dané sú body AB. Určte súradnice vektora  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$  a k nemu opačného, ak:

- a)  $A[1; 3]$ ,  $B[-1; 2]$
- b)  $A[3; 1]$ ,  $B[-1; 1]$
- c)  $A[1; 7]$ ,  $B[1; 7]$
- d)  $A[1; -1; 2]$ ,  $B[3; 1; 1]$
- e)  $A[1; 2; 3]$ ,  $B[3; 2; 1]$
- f)  $A[-1; -1; -3]$ ,  $B[-2; -4; 1]$

11. Dané sú body A a B a vektor  $\vec{u}$ . Určte čísla  $p, q$  tak, aby platilo  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ .

- a)  $A[3; p]$ ,  $B[1; 2]$ ,  $\vec{u} = (q; -1)$
- b)  $A[2; 1]$ ,  $B[1 + p; 3]$ ,  $\vec{u} = (2; 1 - q)$
- c)  $A[p + \sqrt{3}; \frac{3}{2}]$ ,  $B[1; \sqrt{2} - q]$ ,  $\vec{u} = (0; \frac{1}{2})$

12. Daný je bod A a vektor  $\vec{u}$ . Určte súradnice bodu B, ak viete, že  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ .

- a)  $A[1; 3; 1]$ ,  $\vec{u} = (1; 2; -1)$
- b)  $A[3; 1; -2]$ ,  $\vec{u} = (2; -2; 3)$
- c)  $A[4; 4; -1]$ ,  $\vec{u} = (1; 1; 3)$

13. Určte súradnice bodu B tak, aby orientované úsečky  $\overrightarrow{AB}$  a  $\overrightarrow{PQ}$  boli umiestnením a) toho istého vektora b) navzájom opačných vektorov, ak body A, P a Q majú súradnice:

- 1)  $A[1; 2; -1]$ ,  $P[1; 3; -2]$ ,  $Q[0; 1; 1]$
- 2)  $A[1,3; 4; -1,5]$ ,  $P[0; 1; 2]$ ,  $Q[1; 2,1; 0]$

14. Vypočítajte súčet a rozdiel vektorov  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$ , ak sú dané ich súradnice:

- a)  $\vec{u}(1; 2; -2)$ ,  $\vec{v}(3; 1; 1)$
- b)  $\vec{u}(2; -1; 2)$ ,  $\vec{v}(1; 1; 0)$
- c)  $\vec{u}(3; 1; 5)$ ,  $\vec{v}(4; 2; -3)$
- d)  $\vec{u}(\frac{5}{2}; \frac{2}{3}; 1)$ ,  $\vec{v}(-\frac{1}{3}; 1; \frac{1}{6})$

15. Určte čísla  $a$  a  $b$  tak, aby platilo:

a)  $3(1 + a; -1) + 2(1; 6b) = (8; 3)$

b)  $2(-2; -a) - b(-4; 1) = (0; -3)$

c)  $(3 + a)(3; 1; -2) - 2(1; 1 + b; 1) = (13; -1; -12)$

16. Určte, či sú vektory  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$  kolineárne:

a)  $\vec{u}(-4; 5), \vec{v}(2; -2,5)$

b)  $\vec{u}(-7; 2), \vec{v}(7; -2)$

c)  $\vec{u}(-8; -3), \vec{v}(5; 2)$

d)  $\vec{u}(\frac{3}{4}; -5), \vec{v}(0,6; -4)$

17. Určte číslo  $m$  tak, aby vektory  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$  boli kolineárne:

a)  $\vec{u}(5; -3), \vec{v}(m; 27)$

b)  $\vec{u}(\frac{2}{3}; m), \vec{v}(\frac{1}{2}; \frac{3}{20})$

c)  $\vec{u}(-1,8; 0), \vec{v}(-3; m)$

d)  $\vec{u}(m; -\frac{\sqrt{3}}{3}), \vec{v}(-2; \frac{1}{3})$

18. Dané sú body  $K[-6; -3]$ ,  $L[-1; -3]$ ,  $M[2; 5]$ . Určte súradnice bodu  $N$  tak, aby KLMN bol rovnobežník.

19. V karteziánskej súradnicovej sústave načrtnite aspoň 3 rôzne umiestnenia daného vektora a určte jeho veľkosť:

a)  $\vec{t}(0; 2,5)$

b)  $\vec{t}(-4; 0)$

c)  $\vec{v}(-2; 5)$

d)  $\vec{w}(-3; -2)$

20. Vypočítajte skalárny súčin vektorov  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$  ( $\varphi$  označuje ich uhol):

a)  $\vec{u}(1; 2), \vec{v}(-1; 1)$

b)  $\vec{u}(2; -1), \vec{v}(1; 3)$

c)  $\vec{u}(1; 1; 3), \vec{v}(2; 1; -1)$

d)  $\vec{u}(1; 0; 1), \vec{v}(0; 2; -1)$

e)  $|\vec{u}| = 1, |\vec{v}| = 2, \varphi = 60^\circ$

f)  $|\vec{u}| = 3, |\vec{v}| = \frac{1}{2}, \varphi = 135^\circ$

21. Vypočítajte uhol vektorov  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$ :

a)  $\vec{u}(1; 1), \vec{v}(-1; 1)$

b)  $\vec{u}(-2; 3), \vec{v}(4; -6)$

c)  $\vec{u}(1; 1; -1), \vec{v}(2; 1; 3)$

d)  $\vec{u}(0; 1; 2), \vec{v}(3; 3; -1)$

22. Určte číslo  $t$  tak, aby vektory  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$  boli navzájom kolmé:

a)  $\vec{u}(t; 2; -1), \vec{v}(1; -t; 3)$

b)  $\vec{u}(1; 1; 2t), \vec{v}(t; t; -1)$

c)  $\vec{u}(1; 2 - t; 3), \vec{v}(-t; 2; 1 + t)$

23. Vypočítajte veľkosti vnútorných uhlov trojuholníka ABC, ak:

a)  $A[0; 1], B[-1; 2], C[1; 3]$

b)  $A[1; 1; 1], B[-1; 0; 2], C[3; 1; 2]$